

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования и науки Калужской области**

**Городская управа города Калуги**

**МБОУ «Гимназия № 19» города Калуги**

**РАССМОТРЕНО**

Педагогическим  
советом

Миронов Д.Э.

Протокол №1  
от «30» августа 2023 г.

**СОГЛАСОВАНО**

Кафедрой  
математических и  
естественнонаучных  
дисциплин

Гагарочкина А.К.

Протокол №1  
от «30» августа 2023 г.

**УТВЕРЖДЕНО**

Директор

Миронов Д.Э.

Приказ №120/01.11  
от «30» августа 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**учебного курса «Математика. Базовый уровень»  
для обучающихся 10-11 классов**

**г. Калуга 2023**

Согласно действующему в гимназии учебному плану на изучение математики на базовом уровне в 10-11 классах отводится 335 часов:

10 класс (170 часов) – 5 часов в неделю, 34 учебных недели;

11 класс (165 часов) - 5 часов в неделю, 33 учебных недели.

### **Планируемые результаты освоения обучающимися основной образовательной программы среднего общего образования**

#### **Планируемые личностные результаты освоения «Математики»**

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:**

– ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;

– готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

– готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию по отношению к общественно-политическим событиям прошлого и настоящего на основе осознания и осмысления истории, духовных ценностей и достижений нашей страны;

– готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества, потребность в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно- оздоровительной деятельностью;

– принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью;

– неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков.

–

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к России как к Родине (Отечеству):**

– российская идентичность, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме, чувство причастности к историко-культурной общности русского народа и судьбе России, патриотизм, готовность к служению Отечеству, его защите;

– уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение к государственным символам (герб, флаг, гимн);

– формирование уважения к русскому языку как государственному языку Российской Федерации, являющемуся основой российской идентичности и главным фактором национального самоопределения;

– воспитание уважения к культуре, языкам, традициям и обычаям народов, проживающих в Российской Федерации.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:**

– гражданственность, гражданская позиция активного и ответственного члена русского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности, готового к участию в общественной жизни;

– признание неотчуждаемости основных прав и свобод человека, которые принадлежат каждому от рождения, готовность к осуществлению собственных прав и свобод без нарушения прав и свобод других лиц, готовность отстаивать собственные права и свободы человека и гражданина согласно общепризнанным принципам и нормам международного права и в соответствии с Конституцией Российской Федерации, правовая и политическая грамотность;

– мировоззрение, соответствующее современному уровню развития

науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

- интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;

- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;

- приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства, взаимопомощи народов; воспитание уважительного отношения к национальному дост

- оинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям;

- готовность обучающихся противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии; коррупции; дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям.

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:**

- нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;

- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;

- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к

физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;

– формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);

– развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:**

– мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;

– готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

– экологическая культура, бережные отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

– эстетические отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к семье и**

**родителям, в том числе подготовка к семейной жизни:**

- ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни;
- положительный образ семьи, родительства (отцовства и материнства), интериоризация традиционных семейных ценностей.

**Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:**

- уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности,
- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;
- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;
- готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

**Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия обучающихся:**

- физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

Освоение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

## **10 класс**

### ***Числа и вычисления***

- Оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты.
- Выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами.
- Выполнять приближённые вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений.
- Оперировать понятиями: степень с целым показателем; стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени; использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.
- Оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла; использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции.

### ***Уравнения и неравенства***

- Оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство; целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство; тригонометрическое уравнение;
- Выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения.
- Выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств.
- Применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.
- Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

### ***Функции и графики***

- Оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции.
- Оперировать понятиями: чётность и нечётность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства.
- Использовать графики функций для решения уравнений.
- Строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем.
- Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами.

### ***Начала математического анализа***

- Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии.
- Оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
- Задавать последовательности различными способами.
- Использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера.

### ***Множества и логика***

- Оперировать понятиями: множество, операции над множествами.
- Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.
- Оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство.

## 11 класс

### *Числа и вычисления*

- Оперировать понятиями: натуральное, целое число; использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач.
- Оперировать понятием: степень с рациональным показателем.
- Оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы.

### *Уравнения и неравенства*

- Применять свойства степени для преобразования выражений; оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство; решать основные типы показательных уравнений и неравенств.
- Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы; оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство; решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств.
- Находить решения простейших тригонометрических неравенств.
- Оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение; использовать систему линейных уравнений для решения практических задач.
- Находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств.
- Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

### *Функции и графики*

- Оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; использовать их для исследования функции,

заданной графиком.

- Оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций; изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств.
- Изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений.
- Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин.

### *Начала математического анализа*

- Оперировать понятиями: непрерывная функция; производная функции; использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.
- Находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций.
- Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков.
- Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.
- Оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический и физический смысл интеграла.
- Находить первообразные элементарных функций; вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница.
- Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

Освоение учебного курса «Геометрия» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

Предметные результаты изучения геометрии на базовом уровне ориентированы на достижение уровня математической грамотности, необходимого для успешного решения задач в реальной жизни и создание условий для их общекультурного развития.

Освоение учебного курса «Геометрия» на базовом уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

#### **10 класс**

- Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость.
- Применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач.
- Оперировать понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.
- Классифицировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.
- Оперировать понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла; линейный угол двугранного угла; градусная мера двугранного угла.
- Оперировать понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник.
- Распознавать основные виды многогранников (пирамида; призма, прямоугольный параллелепипед, куб).
- Классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации (выпуклые и невыпуклые многогранники; правильные многогранники; прямые и наклонные призмы, параллелепипеды).
- Оперировать понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников.

- Объяснять принципы построения сечений, используя метод следов.
- Строить сечения многогранников методом следов, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу.
- Решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми.
- Решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление углов между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, двугранных углов.
- Вычислять объёмы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул; вычислять соотношения между площадями поверхностей, объёмами подобных многогранников.
- Оперировать понятиями: симметрия в пространстве; центр, ось и плоскость симметрии; центр, ось и плоскость симметрии фигуры.
- Извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.
- Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме.
- Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.
- Приводить примеры математических закономерностей в при-

роде и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве.

Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

## 11 класс

- Оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности; цилиндр; коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус; сферическая поверхность.

- Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар).

- Объяснять способы получения тел вращения.

- Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости.

- Оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента; шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя; шаровой сектор.

- Вычислять объёмы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул.

- Оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы; сфера, вписанная в многогранник или тело вращения.

- Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.

- Изображать изучаемые фигуры от руки и с применением

простых чертёжных инструментов.

- Выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения.

- Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.

- Оперировать понятием вектор в пространстве.

- Выполнять действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, объяснять, какими свойствами они обладают.

- Применять правило параллелепипеда.

- Оперировать понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы.

- Находить сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам.

- Задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат.

- Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме.

- Решать простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода.

- Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при решении стандартных математических задач.

- Применять простейшие программные средства и электроно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.

- Приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве.

- Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

## **2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ**

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации, математическое образование решает, в частности, следующие ключевые задачи:

– «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе»;

– «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.»;

– «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Соответственно, выделяются три направления требований к результатам математического образования:

- 1) практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);
- 2) математика для использования в профессии;
- 3) творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

### **Базовый уровень**

#### **Алгебра и начала анализа**

##### ***1. Повторение курса алгебры за 7-9 классы***

Алгебраические выражения. Линейные уравнения и системы уравнений. Числовые неравенства и неравенства и с одной переменной первой степени. Квадратные корни. Квадратные уравнения и неравенства. Свойства и графики функций.

Основная цель — обобщить и систематизировать знания по основным

темам алгебры за 7-9 кл.

## **2. Степень с действительным показателем**

Действительные числа. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Арифметический корень натуральной степени. Степень с натуральным и действительным показателями.

Основная цель — обобщить и систематизировать знания о действительных числах; сформировать понятие степени с действительным показателем; научить применять определения арифметического корня и степени, а также их свойства при выполнении вычислений и преобразовании выражений.

Необходимость расширения множества натуральных чисел до действительных мотивируется возможностью выполнять действия, обратные сложению, умножению и возведению в степень, а значит, возможностью решать уравнения  $x + a = b$ ,  $ax = b$ ,

$$xa = b.$$

Рассмотренный в начале темы способ обращения бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную обосновывается свойствами сходящихся числовых рядов, в частности, нахождением суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Действия над иррациональными числами строго не определяются, а заменяются действиями над их приближенными значениями — рациональными числами.

В связи с рассмотрением последовательных рациональных приближений иррационального числа, а затем и степени с иррациональным показателем на интуитивном уровне вводится понятие предела последовательности.

Арифметический корень натуральной степени  $n > 2$  из неотрицательного числа и его свойства излагаются традиционно. Учащиеся должны уметь вычислять значения корня с помощью определения и свойств и выполнять преобразования выражений, содержащих корни.

Степень с иррациональным показателем поясняется на конкретном примере: число  $3^{\sqrt{2}}$  рассматривается как последовательность рациональных

приближений  $31,4, 31,41, \dots$ . Здесь же формулируются и доказываются свойства степени с действительным показателем, которые будут использоваться при решении уравнений, неравенств, исследовании функций.

### 3. Степенная функция

Степенная функция, ее свойства и график. Взаимно обратные функции. Сложные функции. Дробно-линейная функция. Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения. *Иррациональные неравенства.*

Основная цель — обобщить и систематизировать известные из курса алгебры основной школы свойства функций; изучить свойства степенных функций и научить применять их при решении уравнений и неравенств; сформировать понятие равносильности уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств.

Рассмотрение свойств степенных функций и их графиков проводится поэтапно, в зависимости от того, каким числом является показатель: 1) четным натуральным числом; 2) нечетным натуральным числом; 3) числом, противоположным четному натуральному числу; 4) числом, противоположным нечетному натуральному числу.

Обоснования свойств степенной функции не проводятся, они следуют из свойств степени с действительным показателем. Например, возрастание функции  $y = x^p$  на промежутке  $x > 0$ , где  $p$  — положительное нецелое число, следует из свойства:

«Если  $0 < x_1 < x_2$ ,  $p > 0$ , то  $y(x_1) < y(x_2)$ . На примере степенных функций учащиеся знакомятся с понятием ограниченной функции.

Рассматриваются функции, называемые взаимно обратными. Важно обратить внимание на то, что не всякая функция имеет обратную.

Знакомство со сложными и дробно-линейными функциями начинается сразу после изучения взаимно обратных функций. Вводятся разные термины для обозначения сложной функции (суперпозиция, композиция), но употребляется лишь один. Этот материал в классах базового уровня изучается лишь в ознакомительном плане.

Определения равносильности уравнений, неравенств и систем уравнений и

свойств равносильности дается в связи с предстоящим изучением иррациональных уравнений, неравенств и систем иррациональных уравнений.

Основным методом решения иррациональных уравнений является возведение обеих частей уравнения в степень с целью перехода к рациональному уравнению-следствию данного.

С помощью графиков решается вопрос о наличии корней и их числе, а также о нахождении приближенных корней, если аналитически решить уравнение трудно.

Изучение иррациональных неравенств не является обязательным для всех учащихся. При их изучении на базовом уровне основным способом решения является сведение неравенства к системе рациональных неравенств, равносильной данному.

#### **4. Показательная функция**

Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения. Показательные неравенства. Системы показательных уравнений и неравенств.

Основная цель — изучить свойства показательной функции; научить решать показательные уравнения и неравенства, системы показательных уравнений.

Свойства показательной функции  $y = a^x$  полностью следуют из свойств степени с действительным показателем. Например, возрастание функции  $y = a^x$ , если  $a > 1$ , следует из свойства степени: «Если  $x_1 < x_2$ , то  $a^{x_1} < a^{x_2}$  при  $a > 1$ ».

Решение большинства показательных уравнений и неравенств сводится к решению простейших.

Так как в ходе решения предлагаемых в этой теме показательных уравнений равносильность не нарушается, то проверка найденных корней необязательна. Здесь системы уравнений и неравенств решаются с помощью равносильных преобразований: подстановкой, сложением или умножением, заменой переменных и т. д.

#### **5. Логарифмическая функция**

Логарифмы. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Логарифмические уравнения.

## Логарифмические неравенства.

Основная цель — сформировать понятие логарифма числа; научить применять свойства логарифмов при решении уравнений; изучить свойства логарифмической функции и научить применять ее свойства при решении логарифмических уравнений и неравенств.

До этой темы в курсе алгебры изучались такие функции, вычисление значений которых сводилось к четырем арифметическим действиям и возведению в степень. Для вычисления значений логарифмической функции нужно уметь находить логарифмы чисел, т. е. выполнять новое для учащихся действие — логарифмирование.

При знакомстве с логарифмами чисел и их свойствами полезны подробные и наглядные объяснения даже в профильных классах.

Доказательство свойств логарифма опирается на его определение. На практике рассматриваются логарифмы по различным основаниям, в частности по основанию 10 (десятичный логарифм) и по основанию  $e$  (натуральный логарифм), отсюда возникает необходимость формулы перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию. Так как на инженерном микрокалькуляторе есть клавиши  $\lg$  и  $\ln$ , то для вычисления логарифма по основаниям, отличным от 10 и  $e$ , нужно применить формулу перехода.

Свойства логарифмической функции активно используются при решении логарифмических уравнений и неравенств.

Изучение свойств логарифмической функции проходит совместно с решением уравнений и неравенств.

При решении логарифмических уравнений и неравенств выполняются различные их преобразования. При этом часто нарушается равносильность. Поэтому при решении логарифмических уравнений необходимо либо делать проверку найденных корней, *либо строго следить за выполненными преобразованиями, выявляя полученные уравнения-следствия и обосновывая каждый этап преобразования.* При решении логарифмических неравенств нужно следить за тем, чтобы равносильность не нарушалась, так как проверку решения неравенства осуществить сложно, а в ряде случаев невозможно.

## 6. Тригонометрические формулы

Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла. Тригонометрические тождества. Синус, косинус и тангенс углов  $\alpha$  и  $-\alpha$ . Формулы сложения. Синус, косинус и тангенс двойного угла. Синус, косинус и тангенс половинного угла. Формулы приведения. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов. Произведение синусов и косинусов.

Основная цель — сформировать понятия синуса, косинуса, тангенса, котангенса числа; научить применять формулы тригонометрии для вычисления значений тригонометрических функций и выполнения преобразований тригонометрических выражений; научить решать простейшие тригонометрические уравнения  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$  при  $a = 1, -1, 0$ .

Рассматривая определения синуса и косинуса действительного числа  $a$ , естественно решить самые простые уравнения, в которых требуется найти число  $a$ , если синус или косинус его известен, например уравнения  $\sin a = 0$ ,  $\cos a = 1$  и т. п. Поскольку для обозначения неизвестного по традиции используется буква  $x$ , то эти уравнения записывают как обычно:  $\sin x = 0$ ,  $\cos x = 1$  и т. п. Решения этих уравнений находятся с помощью единичной окружности.

При изучении степеней чисел рассматривались их свойства  $a^{p+q} = a^p a^q$ ,  $a^{p-q} = a^p : a^q$ . Подобные свойства справедливы и для синуса, косинуса и тангенса. Эти свойства называют формулами сложения. Практически они выражают зависимость между координатами суммы или разности двух чисел  $\alpha$  и  $\beta$  через координаты чисел  $\alpha$  и  $\beta$ . (3. Формулы сложения доказываются для косинуса суммы или разности, все остальные формулы сложения получаются как следствия.

Формулы сложения являются основными формулами тригонометрии, так как все другие можно получить как следствия: формулы двойного и половинного углов (для классов базового уровня не являются обязательными), формулы приведения, преобразования суммы и разности в произведение. Из формул сложения выводятся и формулы замены произведения синусов и косинусов их суммой, что применяется при решении уравнений.

## 7. Тригонометрические уравнения

Уравнения  $\cos x = a$ ,  $\sin x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ . Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. *Однородные и линейные уравнения.* Методы замены неизвестного и разложения на множители. *Метод оценки левой и правой частей тригонометрического уравнения.* *Системы тригонометрических уравнений.* *Тригонометрические неравенства.*

Основная цель — сформировать понятия арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа; научить решать тригонометрические уравнения и системы тригонометрических уравнений, используя различные приемы решения; ознакомить с приемами решения тригонометрических неравенств.

Как и при решении алгебраических, показательных и логарифмических уравнений, решение тригонометрических уравнений путем различных преобразований сводится к решению простейших:  $\cos x = a$ ,  $\sin x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ .

Рассмотрение простейших уравнений начинается с уравнения  $\cos x = a$ , так как формула его корней проще, чем формула корней уравнения  $\sin x = a$  (в их записи часто используется необычный для учащихся указатель знака  $(-1)^n$ ). Решение более сложных тригонометрических уравнений, когда выполняются алгебраические и тригонометрические преобразования, сводится к решению простейших.

Рассматриваются следующие типы тригонометрических уравнений: линейные относительно  $\sin x$ ,  $\cos x$  или  $\operatorname{tg} x$ ; сводящиеся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного; сводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители.

Рассматриваются простейшие *тригонометрические неравенства, которые решаются с помощью единичной окружности.*

## 8. Повторение

Степень с действительным показателем. Иррациональные уравнения. Показательные уравнения и неравенства. Логарифмические уравнения и неравенства. Решение задач повышенной трудности.

Основная цель — обобщить и систематизировать знания по основным темам алгебры и начал математического анализа за 10 класс.

## 11 класс

### *1. Тригонометрические функции*

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Четность, нечетность, периодичность тригонометрических функций. Свойства функции  $y = \cos x$  и её график. Свойства функции  $y = \sin x$  и её график. Свойства функции  $y = \operatorname{tg} x$  и её график. Обратные тригонометрические функции.

*Основная цель* – изучить свойства тригонометрических функций, научить учащихся применять эти свойства при решении уравнений и неравенств; научить строить графики тригонометрических функций, используя различные приемы построения графиков.

Среди тригонометрических формул следует особо выделить те формулы, которые непосредственно относятся к исследованию тригонометрических функций и построению их графиков. Так, формулы  $\sin(-x) = -\sin x$  и  $\cos(-x) = \cos x$  выражают свойства нечетности и четности функций  $y = \sin x$  и  $y = \cos x$  соответственно.

Построение графиков тригонометрических функций проводится с использованием их свойств и начинается с построения графика функции  $y = \cos x$ . С помощью графиков тригонометрических функций решаются простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

*Учебная цель* – введение понятия тригонометрической функции, формирование умений находить область определения и множество значения тригонометрических функций; обучение исследованию тригонометрических функций на четность и нечетность и нахождению периода функции; изучение свойств функции  $y = \cos x$ , обучение построению графика функции и применению свойств функции при решении уравнений и неравенств; изучение свойств функции  $y = \sin x$ , обучение построению графика функции и применению свойств функции при решении уравнений и неравенств; ознакомление со свойствами функций  $y = \operatorname{tg} x$  и  $y = \operatorname{ctg} x$ , изучение свойств функции  $y = \cos x$ , обучение построению графиков функций и применению свойств функций при решении уравнений и неравенств;

## ***2. Производная и её геометрический смысл***

Предел последовательности. Непрерывность функции. Определение производной. Правило дифференцирования. Производная степенной функции. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной.

*Основная цель* – показать учащимся целесообразность изучения производной и в дальнейшем первообразной (интеграла), так как это необходимо при решении многих практических задач, связанных с исследованием физических явлений, вычислением площадей криволинейных фигур и объемов тел с производными границами, с построением графиков функций. Прежде всего, следует показать, что функции, графиками которых являются кривые, описывают важные физические и технические процессы.

Усвоение геометрического смысла производной и написание уравнения касательной к графику функции в заданной точке является обязательным для всех учащихся.

Овладение правилами дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, вынесения постоянного множителя за знак производной; знакомство с дифференцированием сложных функций и *правил нахождения производной обратной функции*; обучение использованию формулы производной степенной функции  $f(x) = x^p$  для любого действительного  $p$ ; формирование умений находить производные элементарных функций; знакомство с геометрическим смыслом производной обучение составлению уравнений касательной к графику функции в заданной точке.

## ***3. Применение производной к исследованию функций***

Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. *Производная второго порядка, выпуклость и точки перегиба*. Построение графиков функций.

Основная цель – является демонстрация возможностей производной в исследовании свойств функций и построении их графиков и применение производной к решению прикладных задач на оптимизацию, дополнительно – применение теоремы Лагранжа для обоснования достаточного условия возрастания и убывания функции, теоремы Ферма и её геометрическому смыслу,

а также достаточному условию экстремума, знакомство с понятием асимптоты, производной второго порядка и её приложение к выявлению интегралов выпуклости функции, знакомство с различными прикладными программами, позволяющими построить график функции и исследовать его с помощью компьютера.

Учебная цель – обучение применению достаточных условий возрастания и убывания к нахождению промежутков монотонности функции; знакомство с понятиями точек экстремума функции, стационарных и критических точек, с необходимыми и достаточными условиями экстремума функции; обучение нахождению точек экстремума функции; обучение нахождению наибольшего и наименьшего значений функции с помощью производной; *знакомство с понятием второй производной функции и её физическим смыслом; с применением второй производной для нахождения интегралов выпуклости и точек перегиба функции;* формирование умения строить графики функций – многочленов с помощью первой производной, *с привлечением аппарата второй производной.*

#### ***4. Первообразная и интеграл***

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции. Интеграл и его вычисление. Применение интегралов для решения физических задач.

*Основная цель* ознакомление учащихся с понятием первообразной и обучение нахождению площадей криволинейных трапеций. Площадь криволинейной трапеции определяется как предел интегральных сумм. Большое внимание уделяется приложениям интегрального исчисления к физическим и геометрическим задачам. Связь между первообразной и площадью криволинейной трапеции устанавливается формулой Ньютона-Лейбница. Далее возникает определенный интеграл как предел интегральной суммы; при этом формула Ньютона-Лейбница также оказывается справедливой. Таким образом, эта формула является главной: с её помощью вычисляются определенные интегралы и находятся площади криволинейных трапеций.

Учебная цель – ознакомление с понятием первообразной, обучение

нахождению первообразной для степеней и тригонометрических функций; ознакомление с понятием интегрирования и обучение применению правил интегрирования при нахождении первообразных; формирование понятия криволинейной трапеции, ознакомление с понятием определенного интеграла, обучение вычислению площади криволинейной трапеции в простейших случаях; *ознакомить учащихся с применением интегралов для физических задач, научить решать задачи на движение с применением интегралов.*

### **5. Комбинаторика**

Правило произведения. Размещения с повторениями. Перестановки. Размещения без повторений. Сочетания без повторений и бином Ньютона.

*Основная цель* – ознакомление с основными формулами комбинаторики и их применением при решении задач, развивать комбинаторное мышление учащихся, ознакомить с теорией соединений, обосновать формулу бинома Ньютона. Основной при выводе формул числа перестановок и размещений является правило умножения, понимание которого формируется при решении различных прикладных задач. Свойства числа сочетаний доказываются и затем применяются при организации и исследовании треугольника Паскаля.

Учебная цель – овладение одним из основных средств подсчета числа различных соединений, знакомство учащихся с размещениями с повторениями. Знакомство с первым видом соединений – перестановками; демонстрация применения правила произведения при выводе формулы числа перестановок из  $n$  элементов. Введение понятия размещения без повторений из  $m$  элементов по  $p$ ; создание математической модели для решения комбинаторных задач, сводимых к подсчету числа размещений; знакомство с сочетаниями и их свойствами; решение комбинаторных задач, сводящихся к подсчету числа сочетаний из  $m$  элементов по  $p$ ; обоснованное конструирование треугольника Паскаля; обучение возведению двучлена в натуральную степень с использованием формулы Ньютона. Составление порядочных множеств (образование перестановок); составление порядочных подмножеств данного множества (образование размещений); доказательство справедливости формул для подсчета числа перестановок с повторениями и числа сочетаний с повторениями, усвоение применения метода

математической индукции.

## ***6. Элементы теории вероятностей***

Вероятность события. Сложение вероятностей. Вероятность произведения независимых событий.

*Основная цель* – сформировать понятие вероятности случайного независимого события. Исследование простейших взаимосвязей между различными событиями, а также нахождению вероятностей видов событий через вероятности других событий. Классическое определение вероятности события с равновозможными элементарными исходами формируется строго, и на его основе (с использованием знаний комбинаторики) решается большинство задач. Понятие геометрической вероятности и статистической вероятности вводились на интуитивном уровне. При изложении материала данного раздела подчеркивается прикладное значение теории вероятностей в различных областях знаний и практической деятельности человека.

Учебная цель – знакомство с различными видами событий, комбинациями событий; введение понятия вероятности события и обучение нахождению вероятности случайного события с очевидными благоприятствующими исходами; знакомство с теоремой о вероятности суммы двух несовместных событий и её применением, в частности при нахождении вероятности противоположного события; и с теоремой о вероятности суммы двух производных событий; интуитивное введение понятия независимых событий; обучение нахождению вероятности произведения двух независимых событий.

## ***7. Итоговое повторение курса алгебры и начал математического анализа***

Выражения с корнями. Степенные выражения. Иррациональные выражения. Логарифмические выражения. Тригонометрические преобразования выражений. Иррациональные уравнения. Показательные уравнения. Логарифмические уравнения. Показательные и логарифмические неравенства. Тригонометрические уравнения. Дробно-рациональные неравенства. Область определения и область значения функции. Чётные и нечётные функции, периодичность функций. Нули функции. Промежутки знакопостоянства, возрастание и убывание функции.

Производная и её применение. Первообразная и её применение.

Уроки итогового повторения имеют своей целью не только восстановление в памяти учащихся основного материала, но и обобщение, уточнение, систематизацию знаний по алгебре и началам математического анализа за курс средней школы.

## **Геометрия**

– Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

– Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

- Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

– Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.

– Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

– Перпендикулярность прямой и плоскости.

Ортогональное проектирование.

Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

- Тетраэдр.

– Достижение тетраэдра до параллелепипеда.

– Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

– Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы.

– Виды многогранников. Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.

– Теорема Эйлера. Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников.

– Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

– Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

– Площади поверхностей многогранников.

– Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара.

Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

– Усеченная пирамида и усеченный конус.

– Элементы сферической геометрии. Конические сечения.

– Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы.

*Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

– Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число.

Угол между векторами. Скалярное произведение.

– Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы.

Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.

– Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат.

Элементы геометрии масс.

– Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.

– Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение

объемов при решении задач.

- Площадь сферы.
- *Развертка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса.
- Комбинации многогранников и тел вращения.
- Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей

подобных фигур.

– Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.

**Тематическое планирование  
10 класс (базовый уровень), 170 ч. в год (5 часов в неделю)**

№п/п	Тема	Количество часов
1.	Степень с действительным показателем	13
2.	Степенная функция	15
3.	Повторение планиметрии	4
4.	Параллельность в пространстве	20
5.	Показательная функция	13
6.	Перпендикулярность в пространстве	17
7.	Логарифмическая функция	19
8.	Многогранники	13
9.	Тригонометрические формулы	22
10.	Векторы	8
11.	Тригонометрические уравнения	19
12.	Повторение	7

**Тематическое планирование  
11 класс (базовый уровень), 165 ч. в год (5 часов в неделю)**

№п/п	Тема	Количество часов
1.	Повторение тригонометрических формул и уравнений	5
2.	Тригонометрические функции	21
3.	Повторение темы «Векторы в пространстве»	4
4.	Метод координат в пространстве. Движение	17
5.	Производная и ее геометрический смысл	20
6.	Применение производной к исследованию функций	18
7.	Цилиндр. Конус. Шар	20
8.	Первообразная и интеграл	14

9.	Объемы тел	19
10.	Комбинаторика	9
11.	Элементы теории вероятностей	7
12.	Итоговое повторение курса стереометрии	5
13.	Итоговое повторение курса алгебры и начал анализа	6