

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования и науки Калужской области**

**Городская управа города Калуги**

**МБОУ «Гимназия № 19» города Калуги**

**РАССМОТРЕНО**

Педагогическим  
советом

Миронов Д.Э.

Протокол №1  
от «30» августа 2023 г.

**СОГЛАСОВАНО**

Кафедрой  
математических и  
естественнонаучных  
дисциплин

Гагарочкина А.К.

Протокол №1  
от «30» августа 2023 г.

**УТВЕРЖДЕНО**

Директор

Миронов Д.Э.

Приказ №120/01.11  
от «30» августа 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**учебного курса «Математика. Углубленный уровень»**

для обучающихся 10-11 классов

**г. Калуга 2023**

Рабочая программа по математике ориентирована на использование учебника Ю. М. Колягина «Алгебра и начала анализа 10 класс», «Алгебра и начала анализа 11 класс» и учебника «Геометрия. 10-11 классы» Л. С. Атанасян.

Согласно действующему в гимназии учебному плану на изучение математики на профильном уровне в 10-11 классах отводится 538 часа из расчета 8 часов в неделю: в 10 классе – 272 часов; в 11 классе – 264 часа

## **Планируемые результаты освоения обучающимися основной образовательной программы среднего общего образования**

### **ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

#### **1) гражданского воспитания:**

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

#### **2) патриотического воспитания:**

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

#### **3) духовно-нравственного воспитания:**

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

#### **4) эстетического воспитания:**

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

#### **5) физического воспитания:**

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

#### **6) трудового воспитания:**

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

### **7) экологического воспитания:**

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

### **8) ценности научного познания:**

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

### **МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

В результате изучения математики на уровне среднего общего образования обучающегося будут сформированы познавательные универсальные учебные действия, коммуникативные универсальные учебные действия, регулятивные универсальные учебные действия, совместная деятельность.

## **Познавательные универсальные учебные действия**

### **Базовые логические действия:**

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

### **Базовые исследовательские действия:**

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливаемое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами; самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений; прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

### **Работа с информацией:**

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопросы и для решения задачи; выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически; оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

### **Коммуникативные универсальные учебные действия:**

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат; в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения; представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

### **Регулятивные универсальные учебные действия**

#### **Самоорганизация:**

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

### Самоконтроль:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

### Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Планируемые предметные результаты освоения «Математики»

	Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»	
Раздел	II. Выпускник научится	IV. Выпускник получит возможность научиться
<b>Цели освоения предмета</b>	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
<b>Элементы теории множеств и математической логики</b>	Свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости; задавать множества перечислением и характеристическим свойством; оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; проверять принадлежность	Достижение результатов раздела II; оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; понимать суть косвенного доказательства; оперировать понятиями счетного и несчетного множества; применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач. В повседневной жизни и при изучении других предметов: использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов

	<p>элемента множеству; находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</p> <p>проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений. <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <p>использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</p> <p>проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</p>	
<p><b>Числа и выражения</b></p>	<p>Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени <math>n</math>, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;</p> <p>понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;</p> <p>переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;</p> <p>доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;</p> <p>выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;</p> <p>сравнивать действительные числа разными способами;</p> <p>упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического</p>	<p><i>Достижение результатов раздела II;</i></p> <p><i>свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач</i></p> <p><i>иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;</i></p> <p><i>владеть формулой бинома Ньютона; применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;</i></p> <p><i>применять при решении задач Китайскую теорему об остатках; применять при решении задач Малую теорему Ферма;</i></p> <p><i>уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера; применять при решении задач цепные</i></p>

	<p>квадратного корня, корней степени больше 2;  находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;  выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;  выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i>  выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;  записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;  составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов</p>	<p><i>дроби;</i>  <i>применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами;</i>  <i>владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;</i>  <i>применять при решении задач Основную теорему алгебры;</i>  <i>применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования</i></p>
<p><b>Уравнения и неравенства</b></p>	<p>Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;  решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;  овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;  применять теорему Безу к решению</p>	<p><i>Достижение результатов раздела II;</i>  <i>свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</i>  <i>свободно решать системы линейных уравнений;</i>  <i>решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;</i>  <i>применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;</i>  <i>иметь представление о неравенствах между средними степенными</i></p>

уравнений;  
применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;  
понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;  
владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;  
использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;  
решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;  
владеть разными методами доказательства неравенств;  
решать уравнения в целых числах;  
изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;  
свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;  
выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;  
составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;  
составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;  
использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств



<p><b>Функции</b></p>	<p>Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;</p> <p>владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;</p> <p>владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;</p> <p>владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;</p> <p>владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;</p> <p>владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;</p> <p>применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; применять при решении задач преобразования графиков функций;</p> <p>владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; применять при решении задач свойства и признаки арифметической</p>	<p><i>Достижение результатов раздела II; владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;</i></p> <p><i>применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков</i></p>
-----------------------	---	--

	<p>и геометрической прогрессий.  <i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i>  определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);  интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;  определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</p>	
<p><b>Элементы математического анализа</b></p>	<p>Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;  применять для решения задач теорию пределов;  владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;  владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;  вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;  исследовать функции на монотонность и экстремумы;  строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;  владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;  владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;</p>	<p><i>Достижение результатов раздела II; свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной; свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость; оперировать понятием первообразной функции для решения задач; овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях; оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков; уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций; уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса; уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла); уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания; владеть понятиями вторая</i></p>

	<p>применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i> решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов; интерпретировать полученные результаты</p>	<p><i>производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость</i></p>
<p><b>Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика</b></p>	<p>Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее; оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов; владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач; иметь представление об основах теории вероятностей; иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; иметь представление о совместных распределениях случайных величин; понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей; иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин; иметь представление о корреляции случайных величин.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;</p>	<p><i>Достижение результатов раздела II; иметь представление о центральной предельной теореме;</i> <i>иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</i> <i>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</i> <i>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</i> <i>иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</i> <i>владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;</i> <i>иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;</i> <i>владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;</i> <i>уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;</i> <i>иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;</i> <i>владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их</i></p>

	<p>выбирать методы подходящего представления и обработки данных</p>	<p><i>применять при решении задач; уметь применять метод математической индукции; уметь применять принцип Дирихле при решении задач</i></p>
<p><b>Текстовые задачи</b></p>	<p>Решать разные задачи повышенной трудности; анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.</p> <p><i>повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> решать практические задачи и задачи из других предметов</p>	<p><i>Достижение результатов раздела II</i></p>
<p><b>Геометрия</b></p>	<p>Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений; самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям; исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах; решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует</p>	<p><i>Иметь представление об аксиоматическом методе; владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач; уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла; владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач; иметь представление о двойственности правильных многогранников; владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций; иметь представление о развертке</i></p>

	<p>явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач; уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения; владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;</li> </ul> <p>иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними; применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач; уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;</p> <p>уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;</p> <p>владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;</p> <p>владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;</p> <p>владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;</p> <p>владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;</p> <p>владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач; владеть понятием прямоугольный</p>	<p><i>многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника; иметь представление о конических сечениях;</i></p> <p><i>иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;</i></p> <p><i>применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;</i></p> <p><i>владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач; применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;</i></p> <p><i>иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;</i></p> <p><i>применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;</i></p> <p><i>применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</i></p> <p><i>иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</i></p> <p><i>иметь представление о площади ортогональной проекции;</i></p> <p><i>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;</i></p> <p><i>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</i></p> <p><i>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</i></p> <p><i>уметь применять формулы объемов при решении задач</i></p>
--	---	--

	<p>параллелепипед и применять его при решении задач;          владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;          иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;          владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;          владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;          владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;          иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;          владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;          иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;          иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;          уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;          иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.  <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i>          составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат</p>	
<p><b><i>Векторы и координаты в пространстве</i></b></p>	<p>Владеть понятиями векторы и их координаты;          уметь выполнять операции над векторами;          использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</p>	<p><i>Достижение результатов раздела II; находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин; задавать прямую в пространстве; находить расстояние от точки до</i></p>

	формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач; применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач	<i>плоскости в системе координат; находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</i>
<b>История математики</b>	Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки; понимать роль математики в развитии России	<i>Достижение результатов раздела II</i>
<b>Методы математики</b>	Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; применять основные методы решения математических задач; на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства; применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач; пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов	<i>Достижение результатов раздела II; применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)</i>

## СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации, математическое образование решает, в частности, следующие ключевые задачи:

- «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе»;
- «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.»;
- «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Соответственно, выделяются три направления требований к результатам математического образования:

- 1) практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);
- 2) математика для использования в профессии;

- 3) творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

### **Углубленный уровень Алгебра и начала анализа**

– Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно- рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и

квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции  $y = \sqrt{x}$ . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

– Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

– Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

– Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и



нечетные функции. Функции «дробная часть числа»  $y = \{x\}$  и «целая часть числа»

$y = [x]$ .

– Тригонометрические функции числового аргумента  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.

– Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

– Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график.

Число  $e$  и функция  $y = e^x$

– Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

– Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

– Первичные представления о множестве комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.

– Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

– Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

– Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

– Уравнения, системы уравнений с параметром.

– Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.

– Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.

– Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.

– Множества на координатной плоскости.

– Понятие предела функции в точке. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.

– Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике.* Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

– Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

– Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.*

– Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.*

– Методы решения функциональных уравнений и неравенств.

## **Геометрия**

– Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

– Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

– Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

– *Теорема Менелая для тетраэдра.* Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

– Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.

– Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

– Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

– Виды тетраэдров.

– Достижение тетраэдра до параллелепипеда.

– Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

– Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.

– Виды многогранников. Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.

– Теорема Эйлера. Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников.

– Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

– Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

– Площади поверхностей многогранников.

– Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара.

Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

– Усеченная пирамида и усеченный конус.

– Элементы сферической геометрии. Конические сечения.

– Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

– Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

– Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы.

Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.

– Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат.

Элементы геометрии масс.

– Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.

– Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.

– Площадь сферы.

– *Развертка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса.

– Комбинации многогранников и тел вращения.

– Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

– Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.

– Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

### **Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика**

– Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

– Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.

– Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

– Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

- Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.
- Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.
- Показательное распределение, его параметры.
- Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).
- Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.
- Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями.
- Принцип Дирихле.
- Кодирование. Двоичная запись.
- Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.

## Тематическое планирование

10 класс (углубленный уровень), 272 ч. в год (8 часов в неделю)

№п/п	Тема	Количество часов
1.	Алгебра 7 – 9 классов (повторение )	4
2.	Делимость чисел	17
3.	Геометрия на плоскости	5
4.	Введение. Аксиомы стереометрии и их следствия	4
5.	Многочлены. Алгебраические уравнения	26
6.	Параллельность прямых и плоскостей	9
7.	Степень с действительным показателем	22
8.	Параллельность плоскостей	2
9.	Тетраэдр и параллелепипед	6
10.	Степенная функция	24
11.	Перпендикулярность прямых и плоскостей	18
12.	Показательная функция	17
13.	Логарифмическая функция	25
14.	Многогранники	13
15.	Тригонометрические формулы	32
16.	Векторы в пространстве	5
17.	Тригонометрические уравнения	28
18.	Некоторые сведения из планиметрии	4

19.	Повторение	11
20.	Итого	272

**11 класс (углубленный уровень), 264 ч. в год (8 часов в неделю)**

<b>№п/п</b>	<b>Тема</b>	<b>Количество часов</b>
1	Тригонометрия. Повторение	8
2	Тригонометрические функции	21
3	Цилиндр, конус, шар.	17
4	Производная и ее геометрический смысл	32
5	Применение производной к исследованию функций	25
6	Объем тел	18
7	Первообразная и интеграл	20
8	Векторы в пространстве	6
9	Метод координат в пространстве	15
10	Комбинаторика	22
11	Элементы теории вероятности	15
12	Комплексные числа	23
13	Повторение по геометрии	12
14	Повторение по алгебре и началам анализа	30
	Итого	264